

Souborné zpracování výsledků kalibračních měření na referenčním etalonu prostorové polohy z období 2009-2024

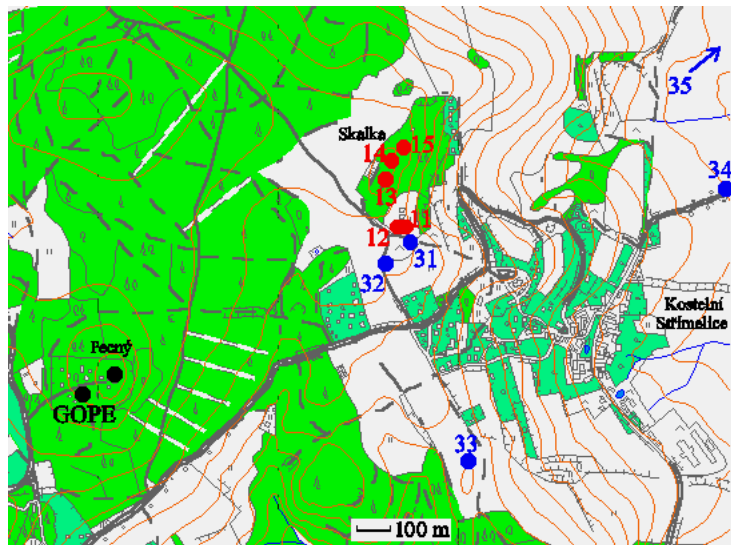
Miloš Val'ko

Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v.v.i.

4. února 2025

- 1 Popis testovací základny Skalka
- 2 Transformace vstupních dat
- 3 Analýza výsledů testování
 - 3.1 Časové změny souřadnic
 - 3.2 Sezónní změny souřadnic
 - 3.3 Vliv meteorologických parametrů
 - 3.4 Detekce skoků a změny trendu v časové radě
- Zhrnutí a závěr

Testovací základna Skalka



Typy stabilizace bodů



Bod na pilíři vs polní bod

Počet vstupních dat - celkem 889

Rok	Počet provedených testů
2009	12
2010	60
2011	20
2012	62
2013	45
2014	41
2015	57
2016	75
2017	53
2018	52
2019	65
2020	73
2021	93
2022	83
2023	57
2024	41

Vstupní souřadnice B , L a H byly převedeny do lokálního topocentrického souřadnicového systému n , e a u pomocí vztahů:

$$n = (M_0 + H_0)(B - B_0)$$

$$e = (N_0 + H_0) \cos(B_0)(L - L_0)$$

$$u = H - H_0$$

kde $M_0 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_0)^{3/2}}$ je meridiánový poloměr křivosti
a $N_0 = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_0}}$ je příčný poloměr křivosti.

Souřadnice B_0 , L_0 a H_0 jsou referenční souřadnice daného bodu.

3.1 Časové změny souřadnic

Časovou řadu každé souřadnice n , e a u se snažíme proložit polynom prvního stupně:

$$y(t) = a + b t + g h(t)$$

kde $y = \{n, e, u\}$, veličina t představuje čas a g velikost skoku (nahrazení ref. rámce ETRF89 rámcem ETRF2000).

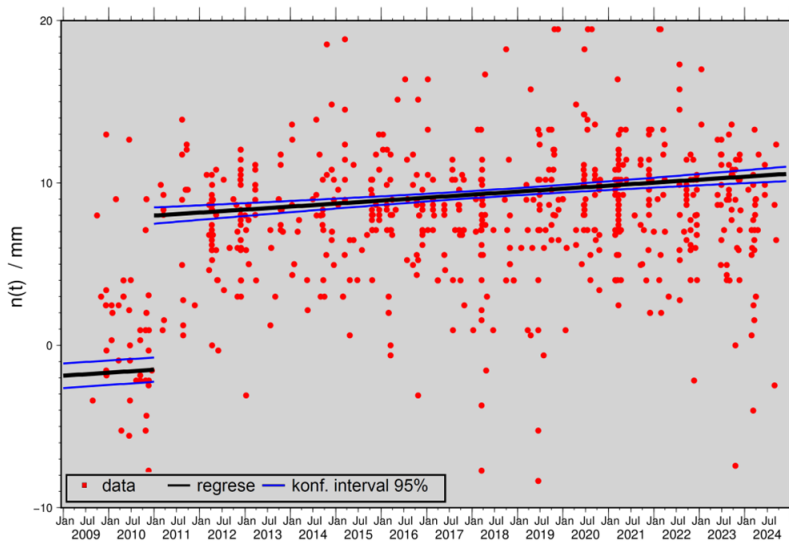
$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 2 \text{ roky} \\ 1 & \text{pro } t \geq 2 \text{ roky} \end{cases}$$

Zde nás zajímá především veličina b a přesnost jejího určení pro stanovení statistické významnosti dané veličiny.

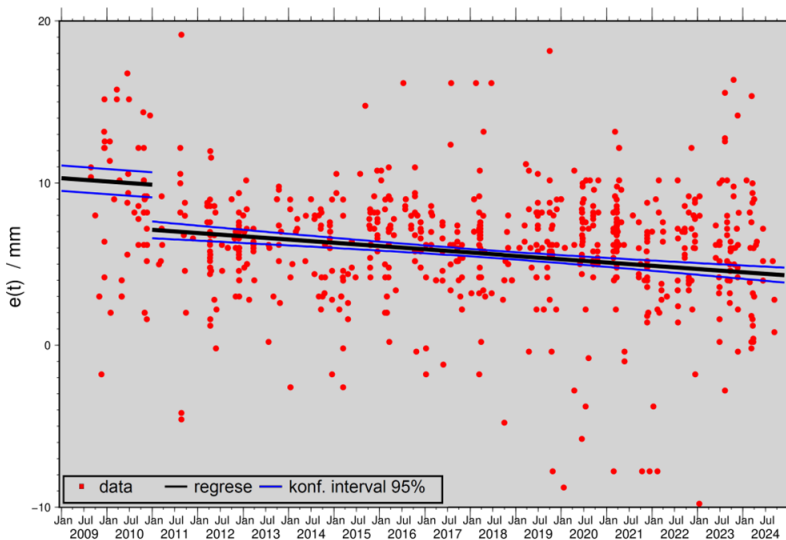
(Jako statisticky významnou považujeme veličinu, pro kterou platí

$$t(b) = \left| \frac{b}{\sigma_b} \right| > t_{krit}$$

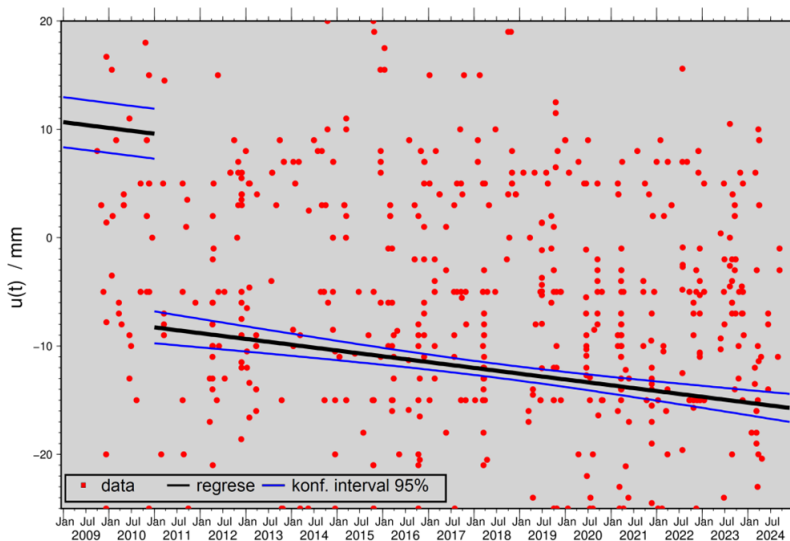
3.1 Časové změny souřadnic - odhad trendu



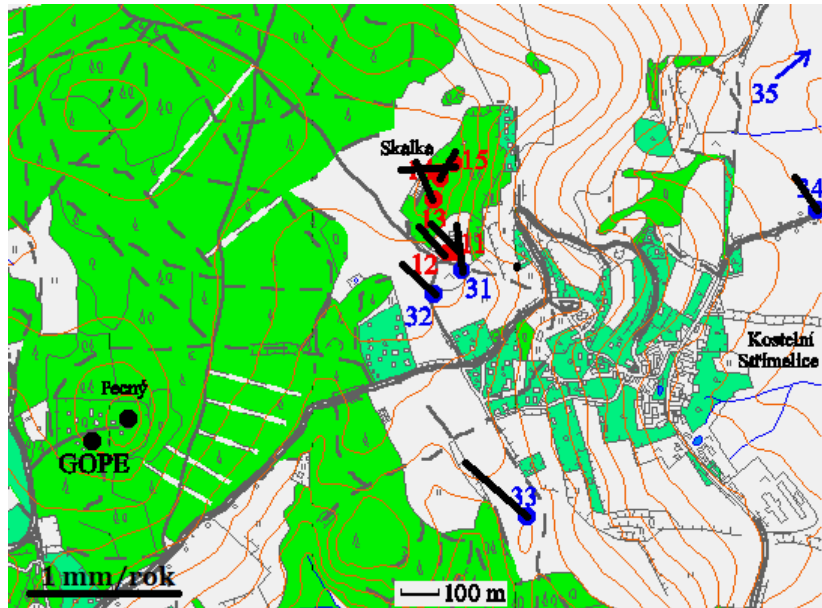
3.1 Časové změny souřadnic - odhad trendu



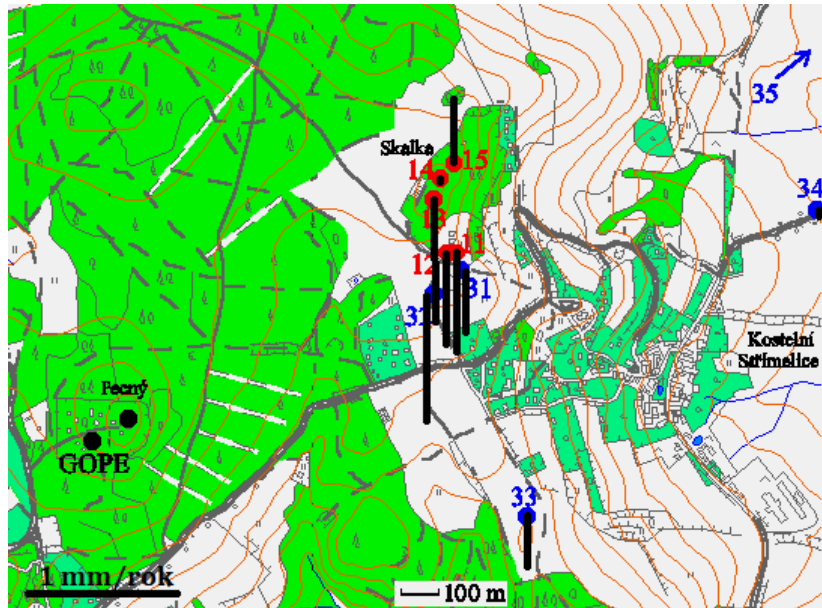
3.1 Časové změny souřadnic - odhad trendu



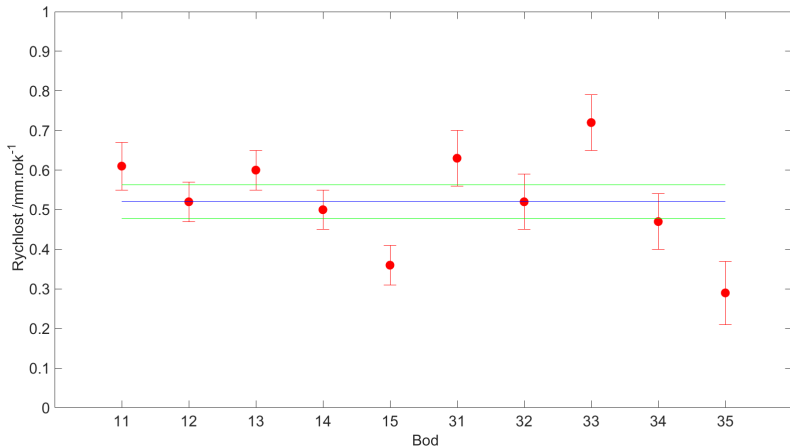
3.1 Rychlosti bodů v poloze



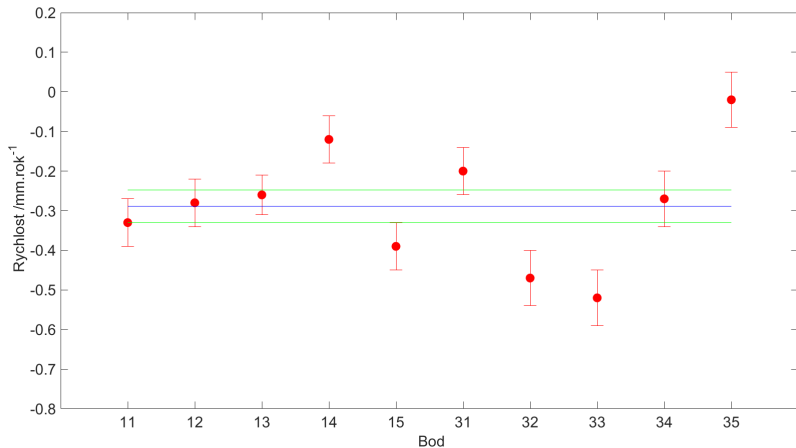
3.1 Rychlosti bodů ve výšce



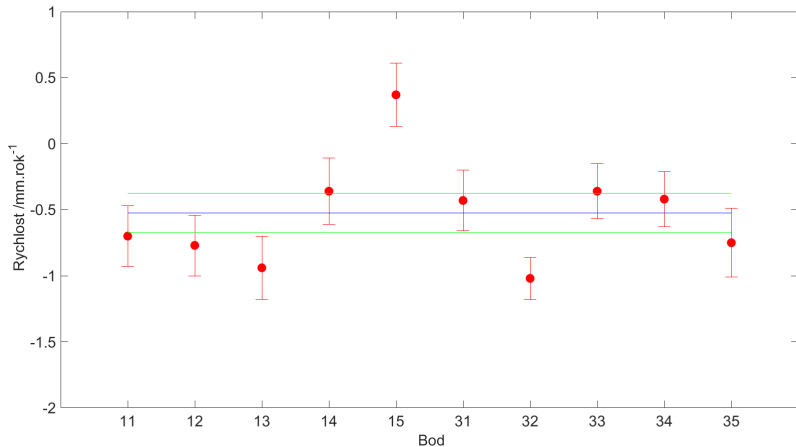
3.1 Porovnání trendů pro souřadnici n



3.1 Porovnání trendů pro souřadnici e



3.1 Porovnání trendů pro souřadnici u



3.1 Časové změny souřadnic

Uvedené rychlosti změn souřadnic lze vyjádřit jako součet:

- 1 "skupinová" časová změna
- 2 "vlastní" časová změna.

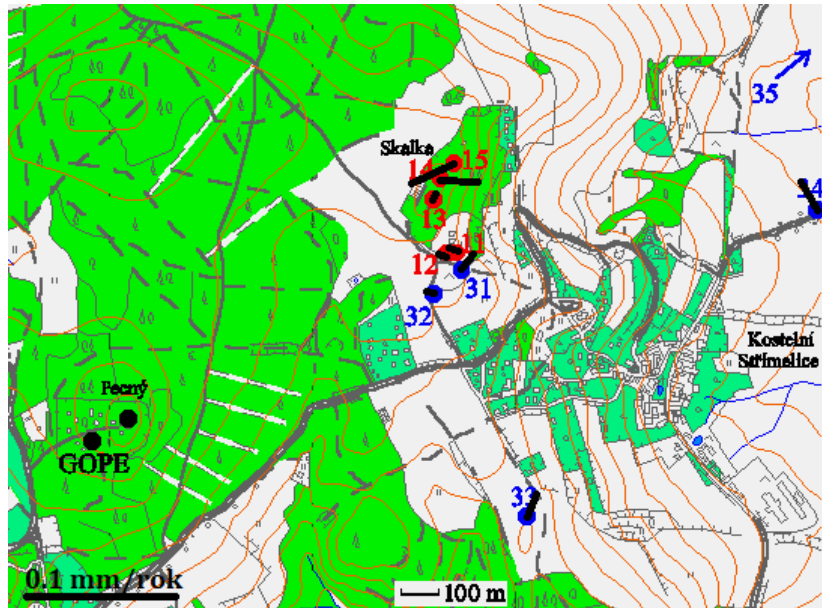
Průměrná rychlost bodů:

- pro souřadnici n : $0.209 \text{ mm.rok}^{-1} \pm 0.023 \text{ mm.rok}^{-1}$
- pro souřadnici e : $-0.148 \text{ mm.rok}^{-1} \pm 0.023 \text{ mm.rok}^{-1}$
- pro souřadnici u : $-0.333 \text{ mm.rok}^{-1} \pm 0.059 \text{ mm.rok}^{-1}$

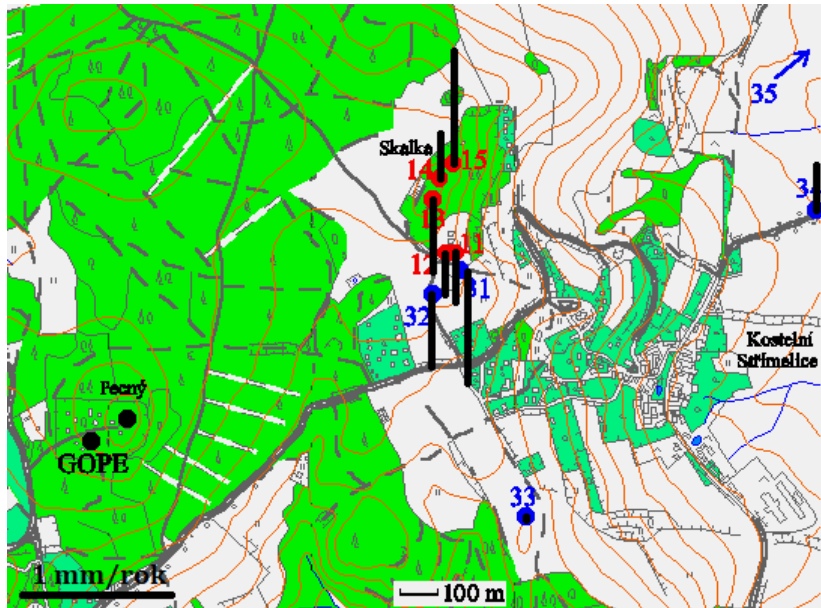
3.1 Časové změny souřadnic - vlastní pohyb

Bod	n	σ_n	e	σ_e	u	σ_u
	/mm.rok ⁻¹	/mm.rok ⁻¹	/mm.rok ⁻¹	/mm.rok ⁻¹	/mm.rok ⁻¹	/mm.rok ⁻¹
11	-0,009	0,064	-0,052	0,074	-0,337	0,199
12	-0,009	0,064	-0,032	0,074	-0,277	0,199
13	0,051	0,064	0,028	0,064	-0,497	0,199
14	-0,019	0,064	0,258	0,074	0,313	0,209
15	-0,239	0,064	-0,222	0,064	0,763	0,199
31	0,111	0,074	0,098	0,074	-0,077	0,171
32	0,021	0,083	-0,062	0,074	-0,507	0,171
33	0,161	0,074	-0,272	0,083	-0,017	0,171
34	0,021	0,083	-0,012	0,083	0,313	0,189
35	-0,109	0,083	0,248	0,083	0,203	0,218

3.1 Vlastní pohyb v poloze



3.1 Vlastní pohyb ve výšce



3.2.1 Sezónní změny souřadnic

Pro test na přítomnost sezónního signálu v datech, rozšíříme původní model o další dva členy:

$$y(t) = a + b t + g h(t) + c \cos(2\pi t) + d \sin(2\pi t)$$

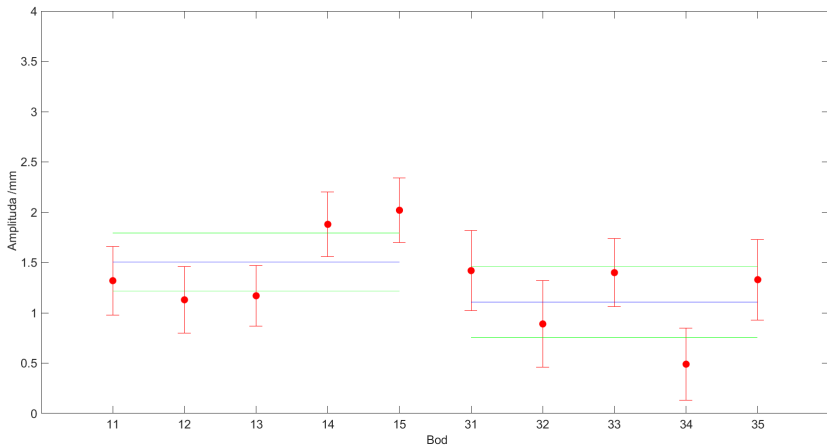
Pro praktické využití je lepší transformovat sezónní signál $c \cos(2\pi t) + d \sin(2\pi t)$ na tvar $A \cos(2\pi t + \theta')$, kde

$$A = \sqrt{c^2 + d^2} \quad \theta' = \arctan\left(\frac{d}{c}\right)$$

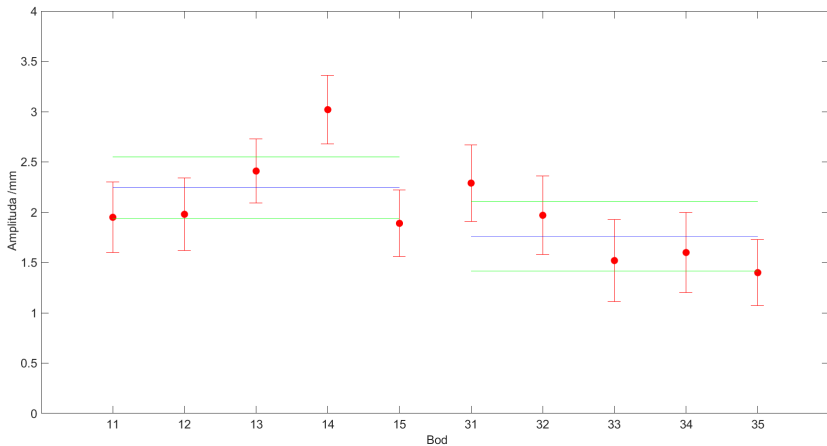
Fáze sezónního signálu vyjádřená ve dnech

$$\theta = \theta' \frac{180}{\pi} \frac{365.25}{360}$$

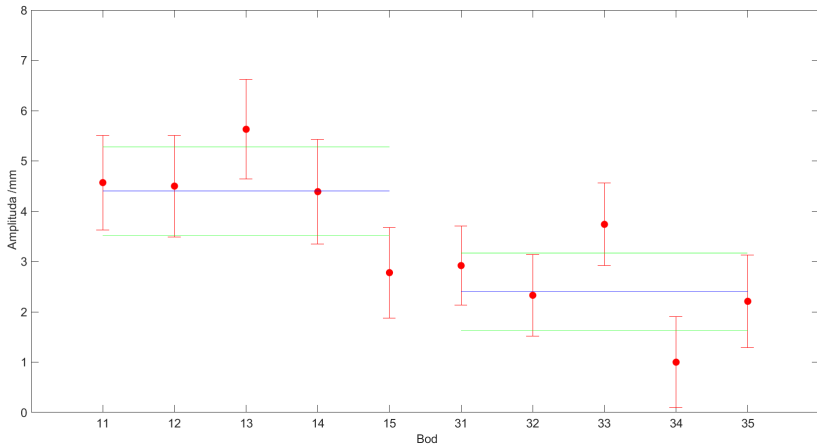
3.2.1 Sezónní změny souřadnic - amplituda n



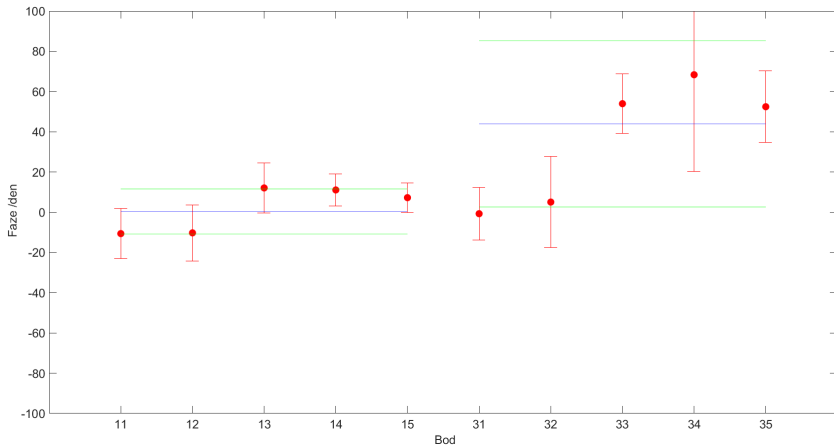
3.2.1 Sezónní změny souřadnic - amplituda e



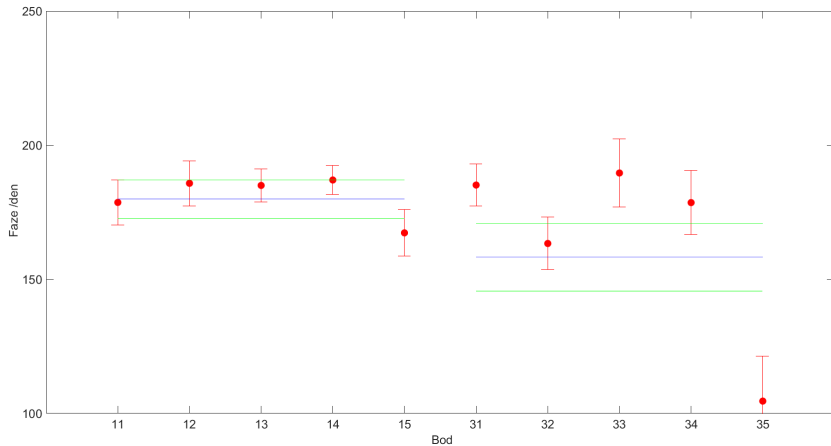
3.2.1 Sezónní změny souřadnic - amplituda u



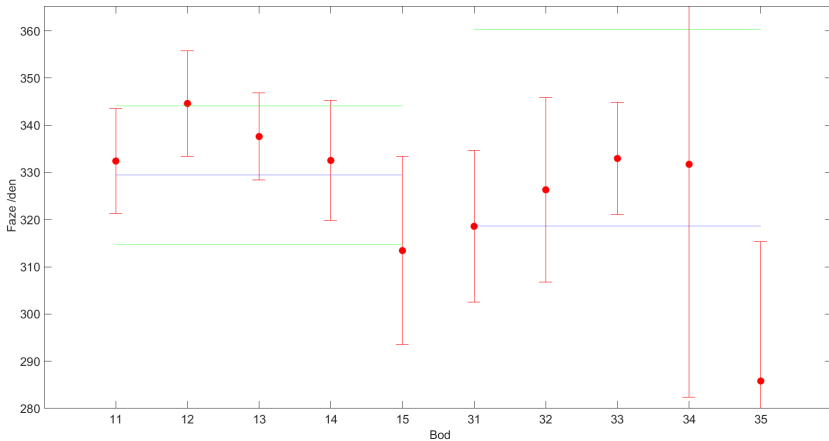
3.2.1 Sezónní změny souřadnic - fáze n



3.2.1 Sezónní změny souřadnic - fáze e



3.2.1 Sezónní změny souřadnic - fáze u



3.2.1 Sezónní změny souřadnic - porovnání

Souřadnice	Skupina bodů	A / mm	σ_A / mm	θ / den	σ_θ / den
n	11-15	1,504	0,145	0,308	5,599
	31-35	1,106	0,176	44,000	20,660
e	11-15	2,245	0,153	179,907	3,598
	31-35	1,761	0,173	158,241	6,308
u	11-15	4,402	0,440	329,418	7,362
	31-35	2,401	0,385	318,602	20,844

Ze získaných hodnot nelze vyvodit závěr o odlišné hodnotě amplitudy nebo fáze mezi body vnitřní a vnější základny. Ale lze povrdit předpoklad o vyšší variaci bodů vnitřní základny.

3.2.2 Hledání významných frekvencí v signálu

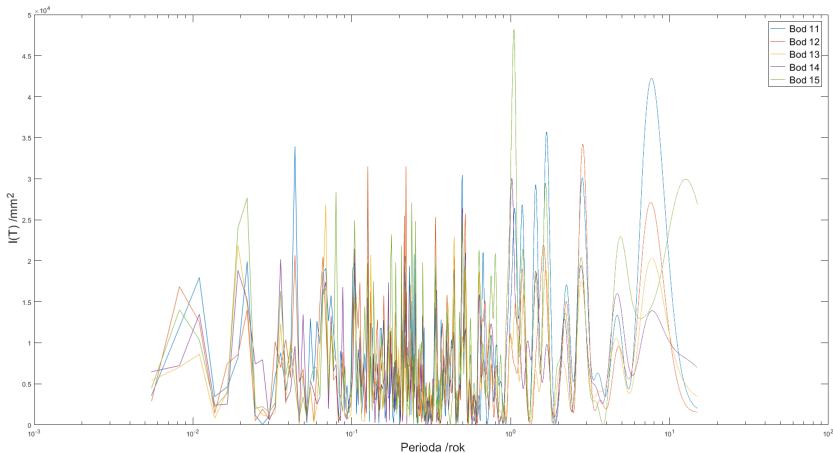
Pro hledání významných frekvencí byl použit periodogram

$$I(\mu) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=1}^N y_t e^{-it\mu} \right|^2 \quad -\pi \leq \mu \leq \pi$$

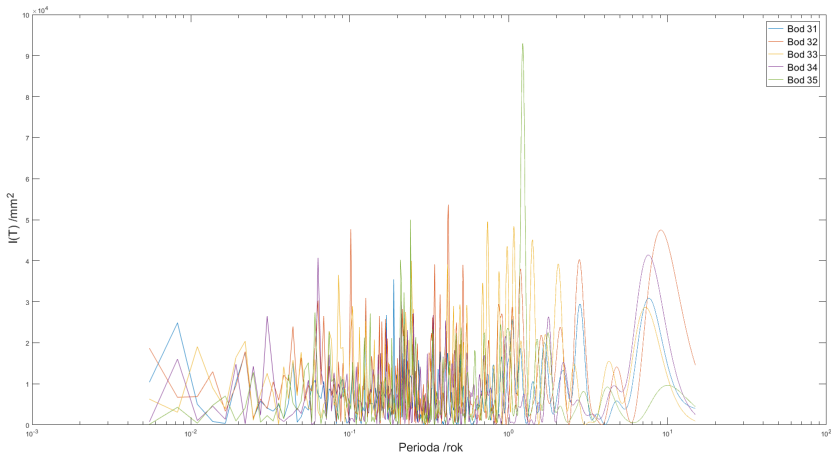
Perioda významného signálu je pak $T = \frac{2\pi}{\mu}$.

Jako vstup byl použit reziduální signál po odstránění konstantního členu (parametr a), chodu (parametr b) a skoku (parametr g). Takto získané hodnoty periodogramu pro různé periody nám umožní vizuálně posoudit jejich významnost vůči roční hodnotě.

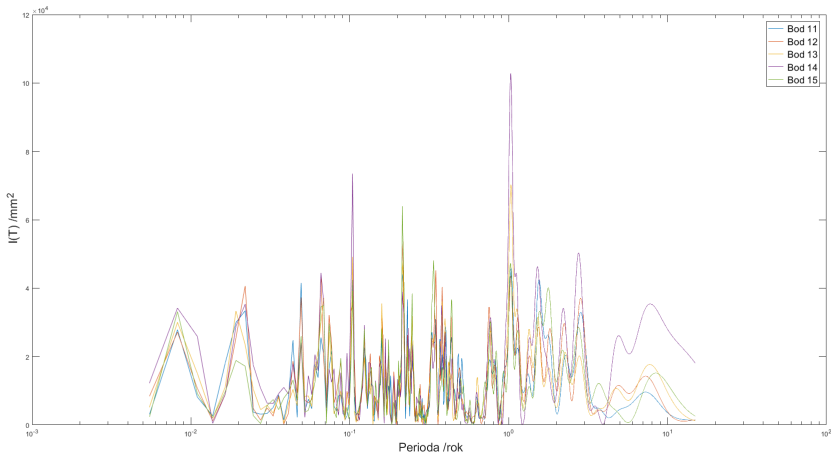
3.2.2 Periodogram: souřadnice n : body vnitřní základny



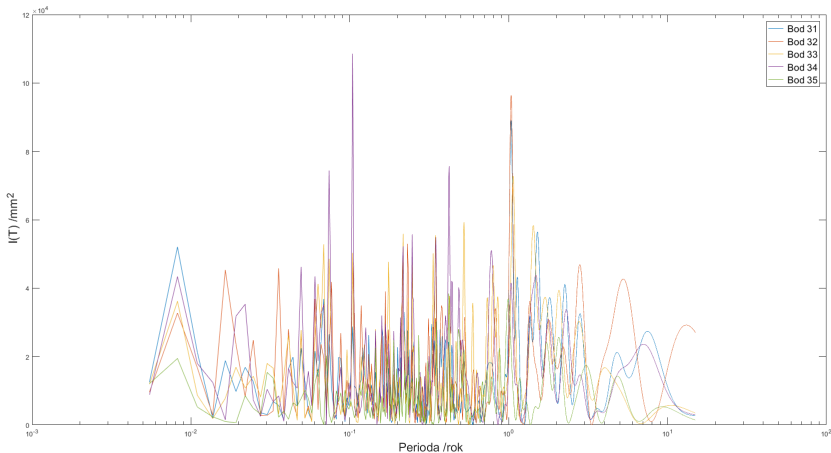
3.2.2 Periodogram: souřadnice n : body vnější základny



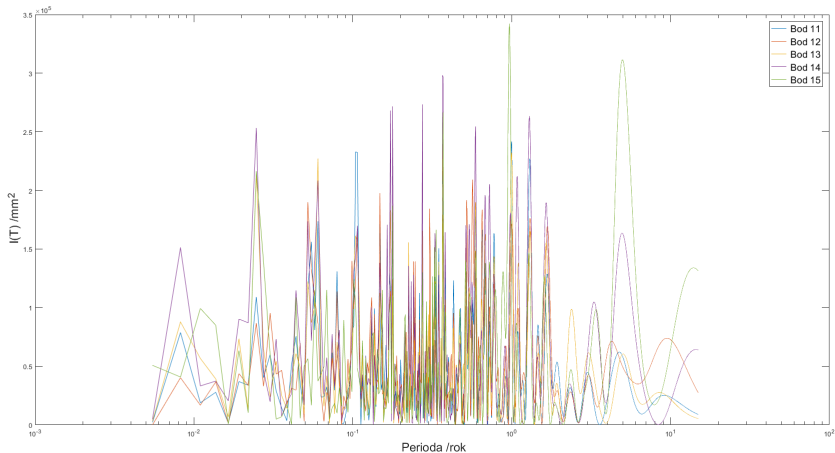
3.2.2 Periodogram: souřadnice e: body vnitřní základny



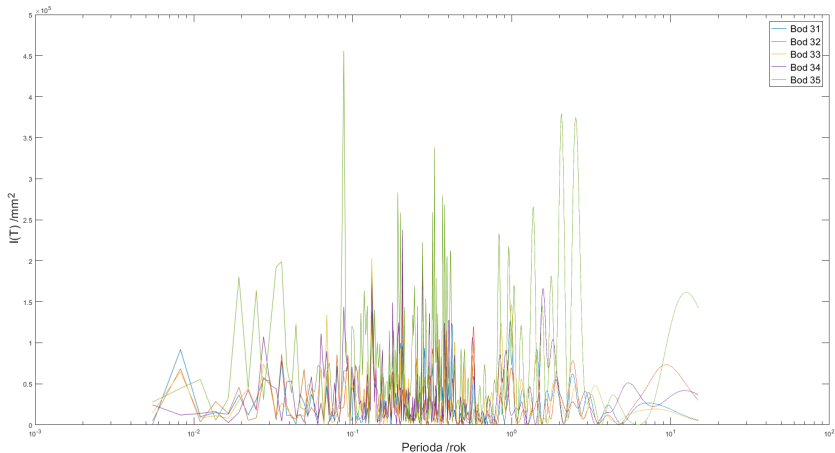
3.2.2 Periodogram: souřadnice e: body vnější základny



3.2.2 Periodogram: souřadnice u : body vnitřní základny



3.2.2 Periodogram: souřadnice u : body vnější základny



3.3 Vliv meteorologických parametrů

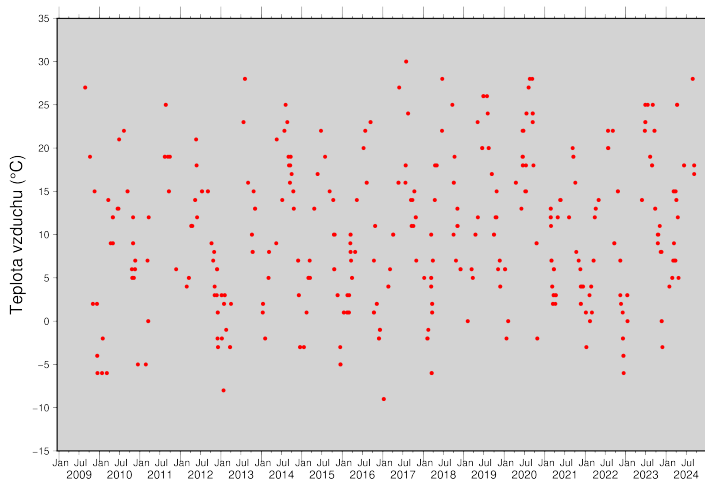
Vzhledem ke skutečnosti, že měření pomocí GNSS aparatury se provádí ve vnějším prostředí, lze se domnívat, že výsledky měření mohou být do jisté míry ovlivněny aktuálním stavem počasí.

Pro studium vlivu meteorologických parametrů na výsledky měření byl sestaven model:

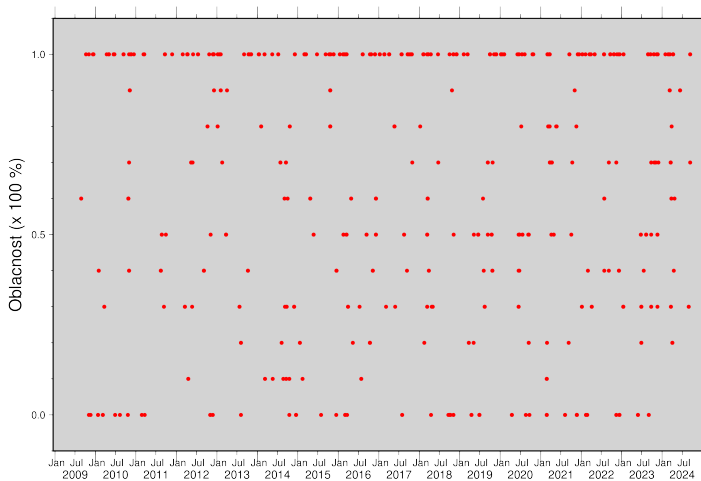
$$y(t) = a + bt + gh(t) + c \cos(2\pi t) + d \sin(2\pi t) + e \text{ vzd} + f \text{ obl} + j(p - p_0) + k \text{ vlh}$$

kde *vzd* je průměrná teplota okolitého vzduchu (v $^{\circ}\text{C}$) a *obl* je míra oblačnosti (v rozsahu 0-1), *p* je hodnota atmosférického tlaku (v hPa), p_0 je normální hodnota atm. tlaku a *vlh* je hodnota vlhkosti vzduchu (v %).

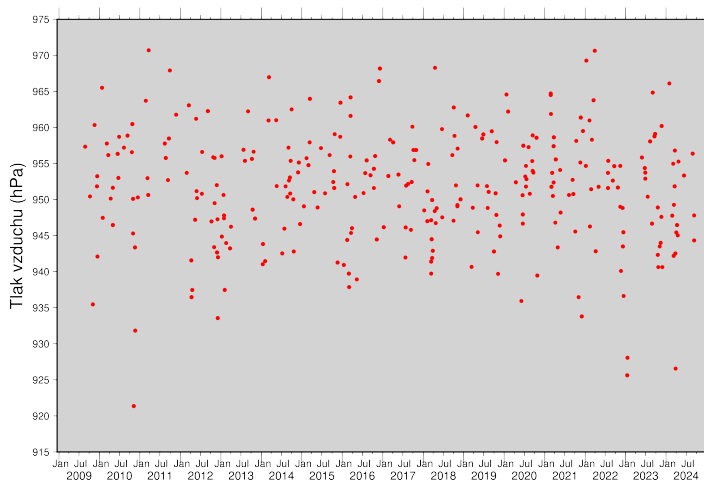
3.3 Vliv meteorologických parametrů - teplota



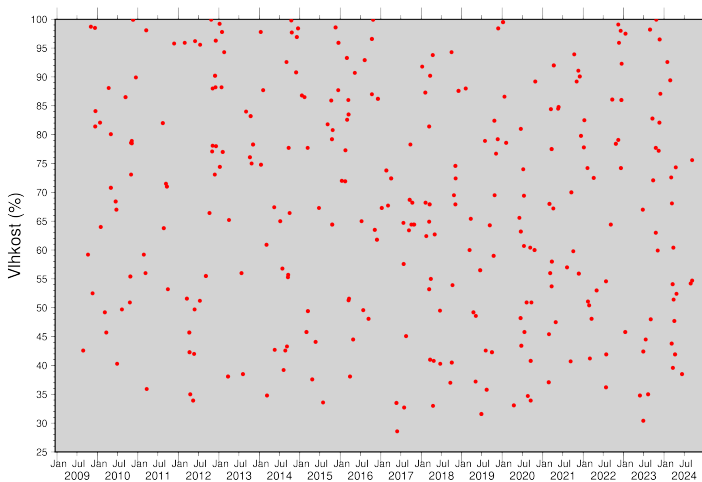
3.3 Vliv meteorologických parametrů - oblačnost



3.3 Vliv meteorologických parametrů - atmosférický tlak



3.3 Vliv meteorologických parametrů - vlhkost vzduchu



3.3 Vliv meteorologických parametrů

Souřadnice	Skupina bodů	e /mm. °C ⁻¹	σ_e /mm. °C ⁻¹	f /mm. (100%) ⁻¹	σ_f /mm. (100%) ⁻¹
n	11-15	0,101	0,021	0,014	0,276
	31-35	0,052	0,027	0,167	0,366
e	11-15	-0,194	0,022	-0,959	0,291
	31-35	-0,209	0,025	-0,493	0,340
u	11-15	0,038	0,066	3,418	0,896
	31-35	0,119	0,062	5,773	0,829

(Rozsah teplot: od -10°C do $+30^{\circ}\text{C}$, rozsah oblačnosti: od 0 do 1)

3.3 Vliv meteorologických parametrů

Souřadnice	Skupina bodů	j	σ_j	k	σ_k
		/mm. hPa ⁻¹	/mm. hPa ⁻¹	/mm. % ⁻¹	/mm. % ⁻¹
n	11-15	0,054	0,023	0,018	0,008
	31-35	0,068	0,015	0,022	0,008
e	11-15	0,005	0,012	-0,011	0,006
	31-35	-0,003	0,014	-0,030	0,007
u	11-15	-0,083	0,038	-0,052	0,020
	31-35	0,041	0,035	0,004	0,018

(Rozsah atm. tlaku: od 920 hPa do 975 hPa, rozsah vlhkosti: od 25 % do 100 %)

3.3 Vliv meteorologických parametrů - korelační matice

Parametr	roční vlna - kos. člen	roční vlna - sin. člen	teplota	oblačnost	atm. tlak	vlhkost
roční vlna - kos. člen	1,0000	0,2988	0,7487	0,0090	0,0252	-0,1323
roční vlna - sin. člen	0,2988	1,0000	0,4712	-0,1505	0,0413	0,3645
teplota	0,7487	0,4712	1,0000	-0,0531	-0,0187	0,2601
oblačnost	0,0090	-0,1505	-0,0531	1,0000	0,1493	-0,3565
atm. tlak	0,0252	0,0413	-0,0187	0,1493	1,0000	0,0271
vlhkost	-0,1323	0,3645	0,2601	-0,3565	0,0271	1,0000

3.4 Detekce skoku a změny trendu v časové řadě

U analýzy dat se předpokládá, že výsledky měření je zatíženo pouze náhodnými chybami. Přítomnost jakékoliv systematické chyby má negativní dopad na výsledky odhadu. Byly prováděny testy na přítomnost skoku v časové řadě (parametr a) a na výskyt změny trendu (parametr b). Hodnoty těchto změn se uvažují pouze jako konstanty.

3.4 Skok v časové řadě

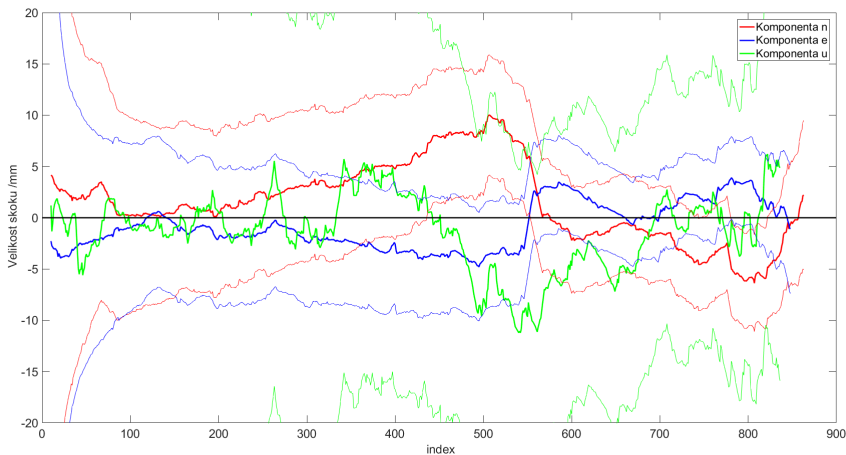
Postup detekce skoku v časové řadě je následující: Pro časovou řadu délky n se zvolí index k z intervalu $5 \leq k \leq n - 5$, čímž vzniknou dvě časové řady (1. řada $1..k$ a 2. řada $k + 1..n$).

Pro tyto dvě časové řady sestavíme modely:

- $y(t_i) = a_1 + b t_i \quad i = 1..k$
- $y(t_j) = a_2 + b t_j \quad j = k + 1..n$

Cílem je odhad vektoru $x = [a_1 \quad a_2 \quad b]$ a parametrů přesnosti. Pak se vypočte hodnota rozdílu $s = a_2 - a_1$ a přesnost tohoto rozdílu σ_s . Pokud podíl s/σ_s překročí kritickou hodnotu, pak mezi časy k a $k + 1$ nastal skok v časové řadě.

3.4 Detekce skoku na bodě 11



3.5 Změna trendu v časové řadě

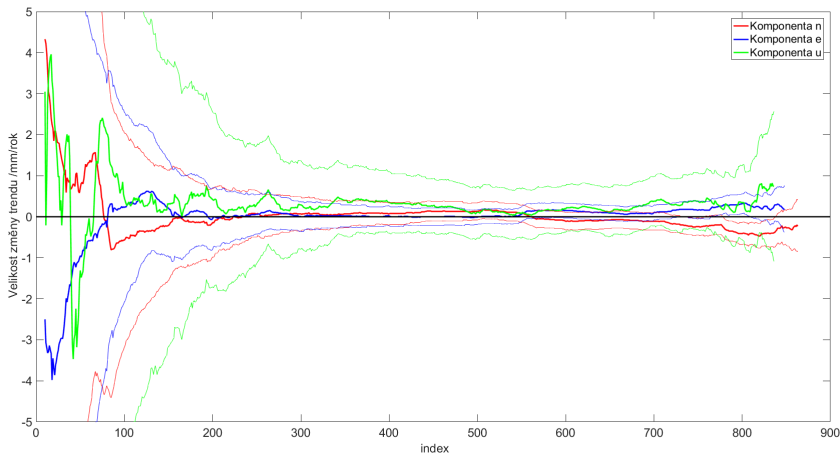
Postup detekce změny trendu v časové řadě je následující: Pro časovou řadu délky n se zvolí index k z intervalu $5 \leq k \leq n - 5$, čímž vzniknou dvě časové řady (1. řada $1..k$ a 2. řada $k + 1..n$).

Pro tyto dvě časové řady sestavíme modely:

- $y(t_i) = a + b_1 t_i \quad i = 1..k$
- $y(t_j) = a + b_2 t_j \quad j = k + 1..n$

Cílem je odhad vektoru $x = [a \quad b_1 \quad b_2]$ a parametrů přesnosti. Pak se vypočte hodnota rozdílu $t = b_2 - b_1$ a přesnost tohoto rozdílu σ_t . Pokud podíl t/σ_t překročí kritickou hodnotu, pak mezi časy k a $k + 1$ nastala změna trendu v časové řadě.

3.5 Detekce změny trendu na bodě 11



Děkuju za pozornost.