

Vliv vzdálených zón pro integrální transformace: teorie a implementace

Petr Trnka, Jiří Belinger, Michal Šprlák, Martin Pitoňák, Pavel Novák



NTIS-Nové technologie pro informační společnost,
Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni



Motivace

- modelování gravitačního pole:
 - Integrální transformace
 - předpoklad: globální pokrytí dat
 - omezení dostupnosti dat: 71 % povrchu Země je voda
 - -> nutnost dělení výpočtu na blízké a **vzdálené zóny**



Motivace

- modelování gravitačního pole:
 - Integrální transformace
 - předpoklad: globální pokrytí
 - omezení dostupnosti dat
voda
 - -> nutnost dělení výpočtů



Invited review

Integral formulas for transformation of potential field parameters in geosciences



Pavel Novák*, Michal Šprlák, Robert Tenzer, Martin Pitoňák

NTIS – New Technologies for the Information Society, Faculty of Applied Sciences, University of West Bohemia, Technická 8, Plzeň 306 14, Czech Republic

ARTICLE INFO

Article history:

Received 20 July 2016
 Received in revised form 21 October 2016
 Accepted 21 October 2016
 Available online 27 October 2016

Keywords:

Boundary-value problem
 Continuation
 Curvature
 Gravitational field
 Gradient
 Kernel function
 Integral equation
 Potential field
 Transform

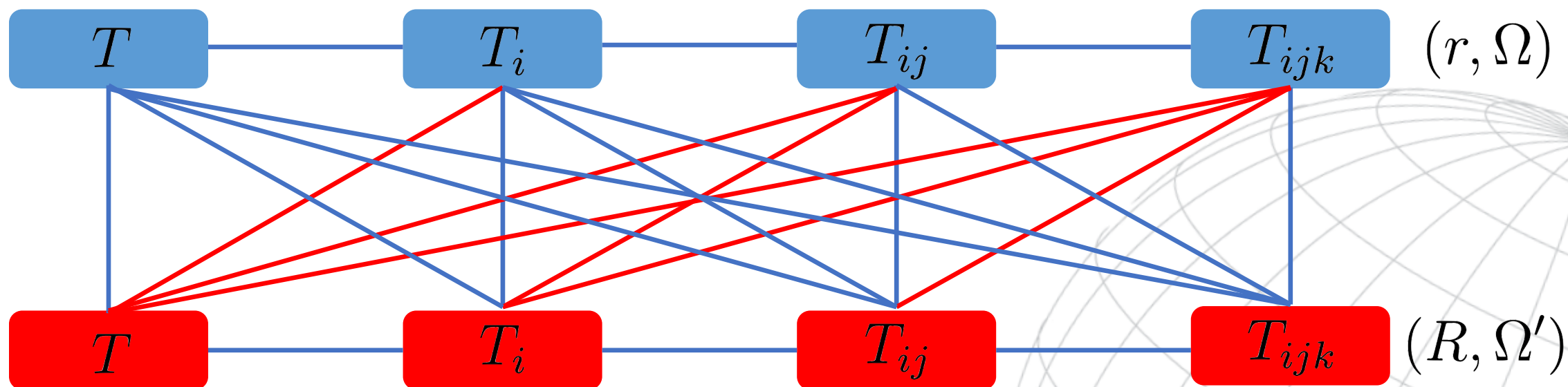
ABSTRACT

In this article boundary-value problems of potential theory, that are required for transforming and continuing selected parameters of a potential field, are discussed. By the potential field parameters we understand the potential and its gradients (potential gradients) up to the third order. In particular, integral equations defined for a spherical boundary transforming potential gradients of different orders and continuing potential gradients of the same order through the 3-D space are reviewed and classified. This mathematical apparatus can be used for any harmonic potential, such as electric, magnetic or gravitational, under the assumption of its conservativeness, i.e., neglecting possible temporal variations. Integral transforms are discussed in context of geoscience applications, namely in terms of the Earth's gravitational field; however, the article can serve as a general reference for integral transforms of potential field parameters in any scientific or engineering area where potential fields are used.

© 2016 Elsevier B.V. All rights reserved.

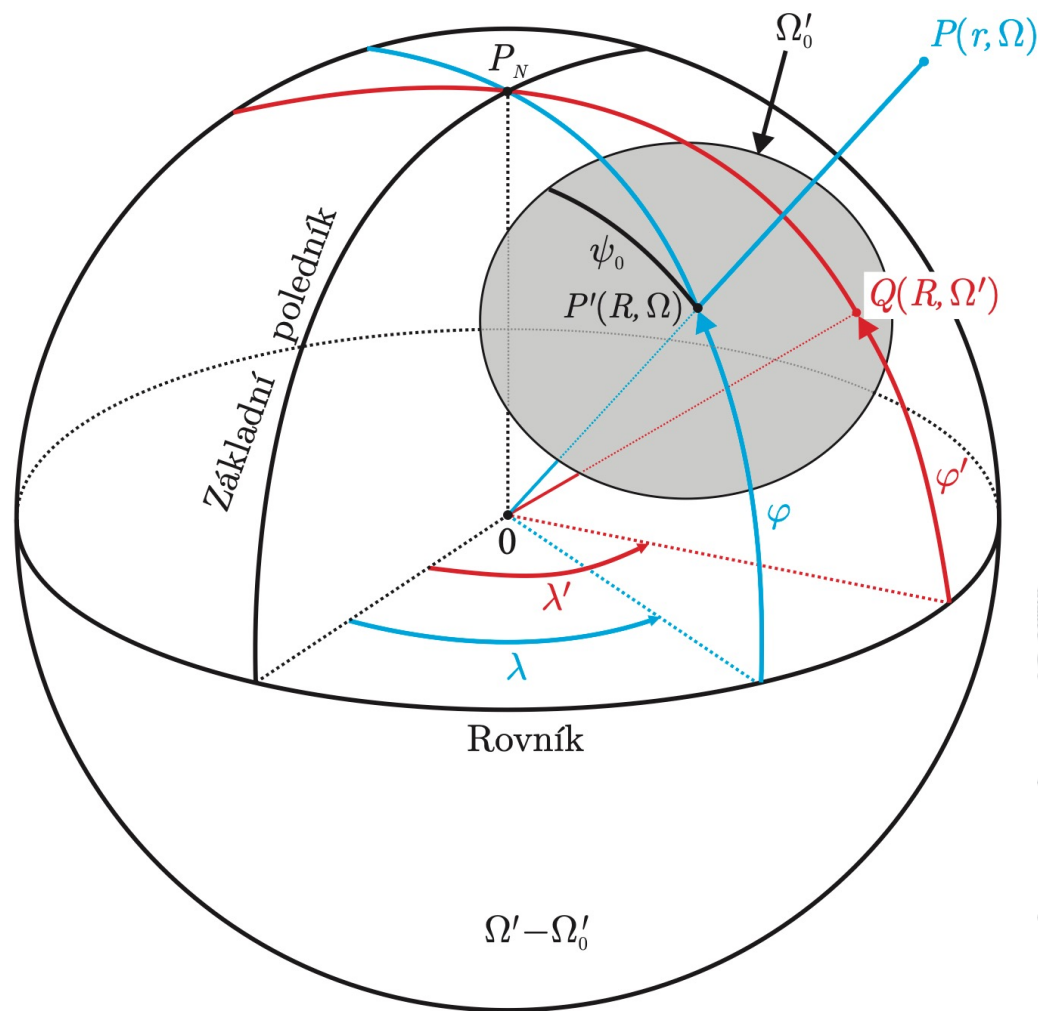
Motivace

- Efekt vzdálených zón -> studován pro Stokesův, Poissonův a Hotinův integrál



Teorie – rozklad integrálu

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) dx$$

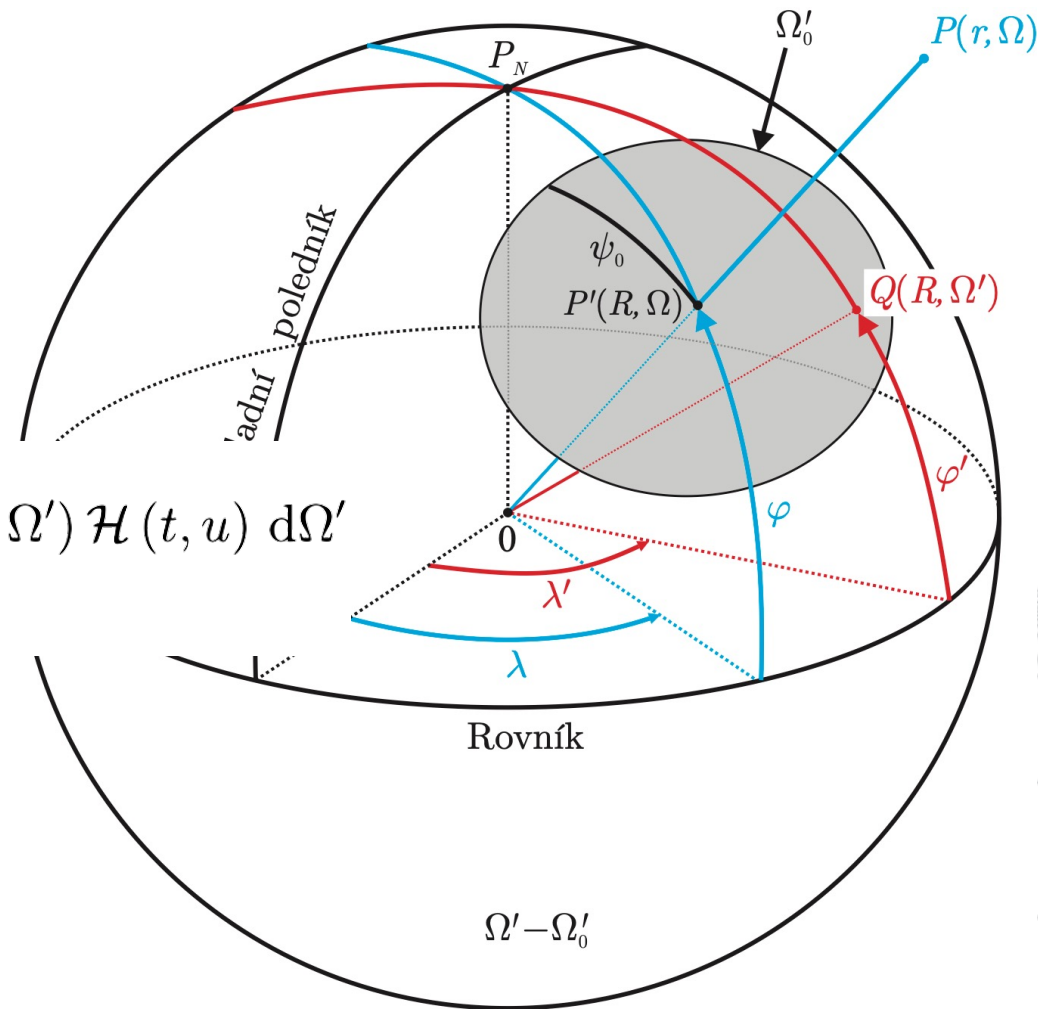


Teorie – rozklad integrálu

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) dx$$

- rozklad globální integrace

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega' + \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega' - \Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'$$



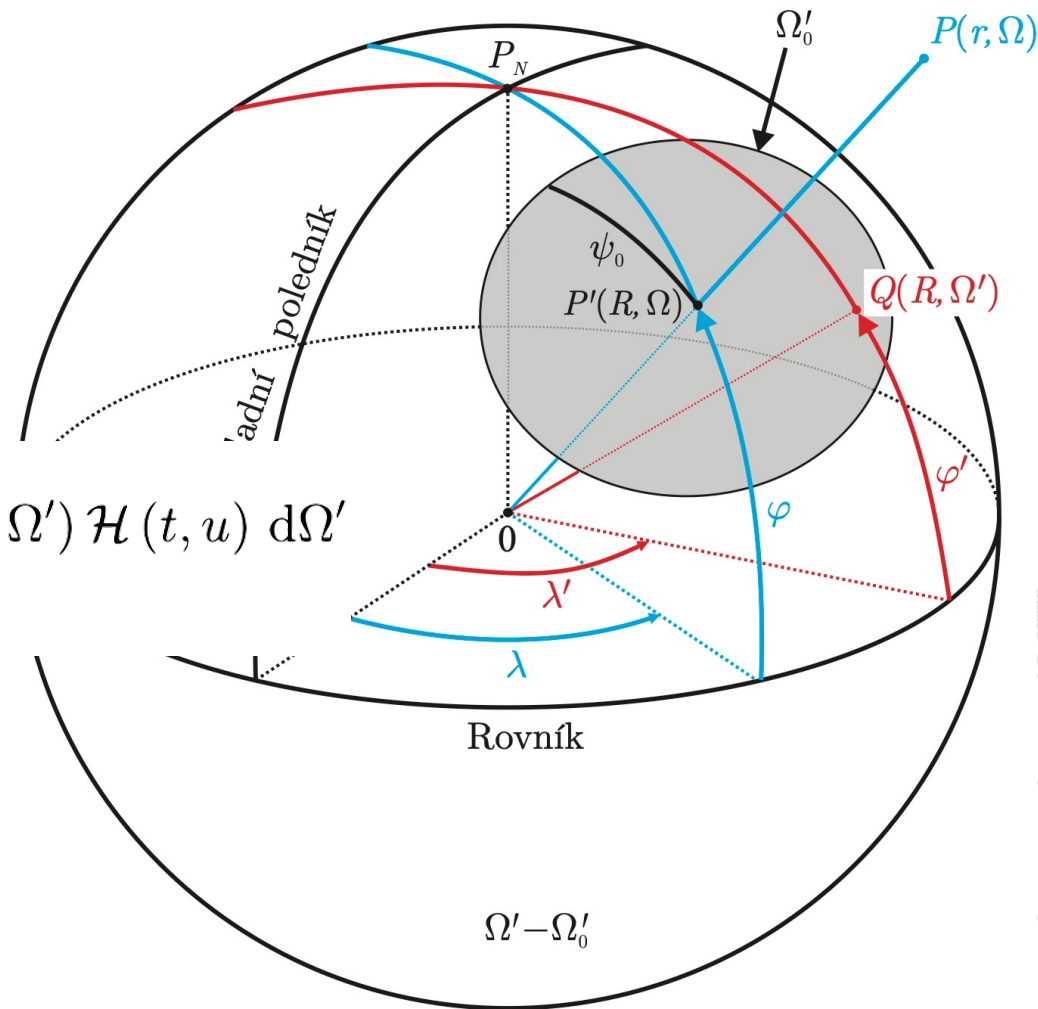
Teorie – rozklad integrálu

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) dx$$

- rozklad globální integrace

$$T(r, \Omega) = \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{blízke zóny}} + \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega' - \Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'$$

blízke zóny



Teorie – rozklad integrálu

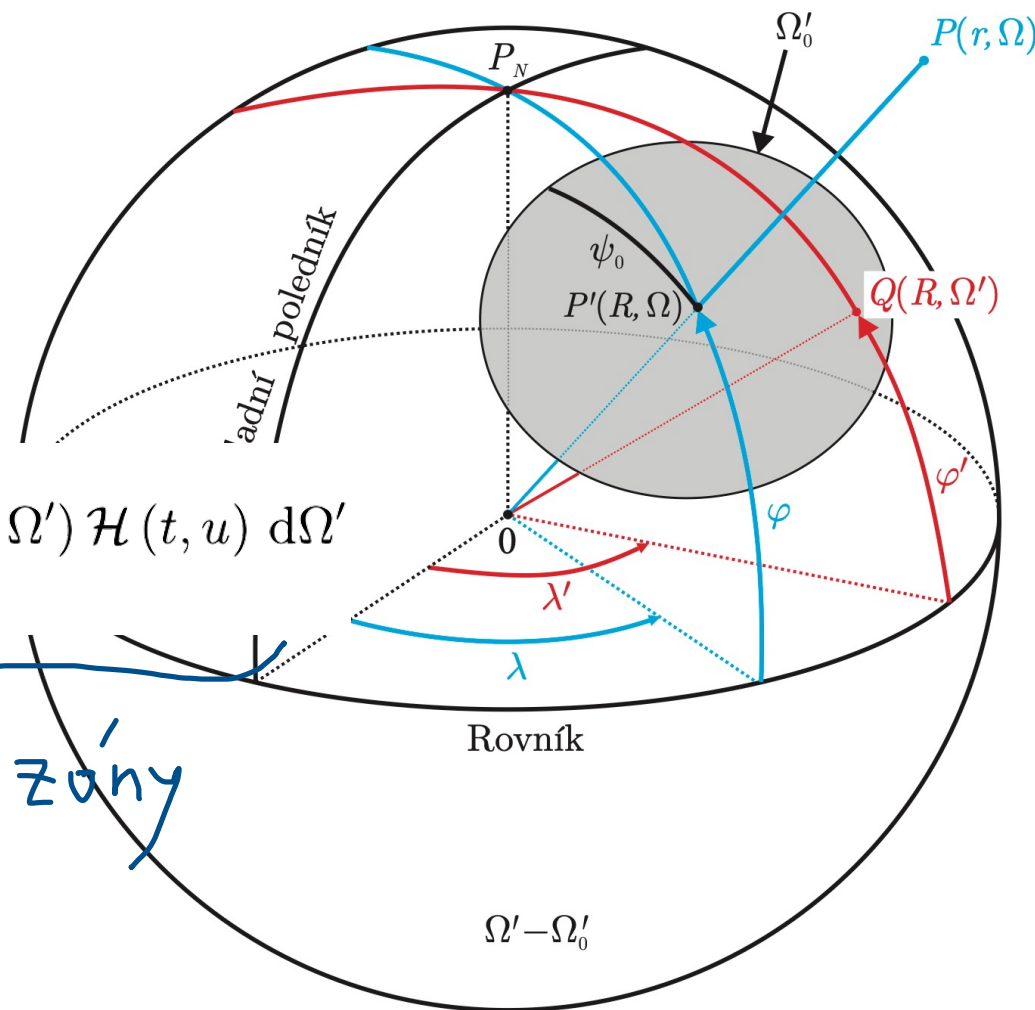
$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) dx$$

- rozklad globální integrace

$$T(r, \Omega) = \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{blízke zóny}} + \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega' - \Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{vzdálené zóny}}$$

blízke zóny

vzdálené zóny



Teorie – rozklad integrálu

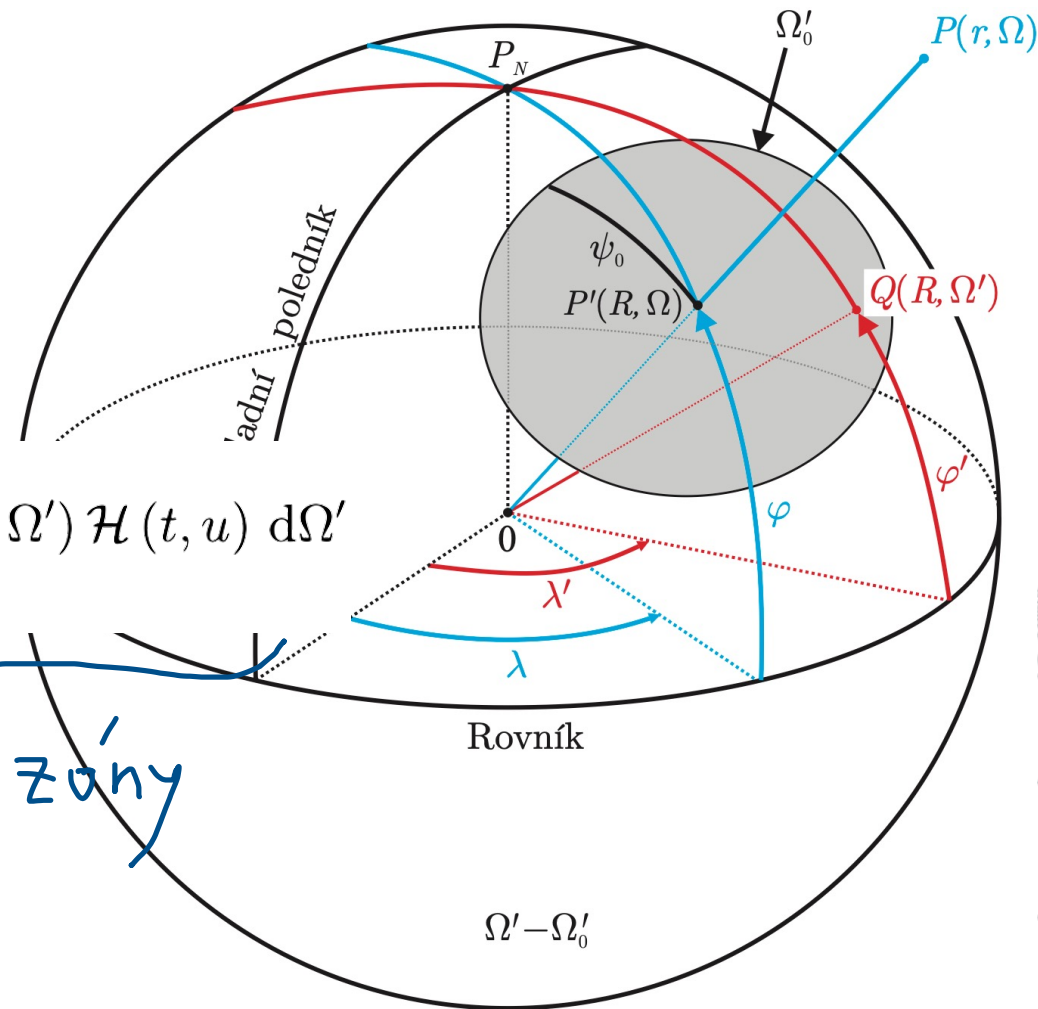
$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) dx$$

- rozklad globální integrace

$$T(r, \Omega) = \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{blízke zóny}} + \underbrace{\frac{R}{4\pi} \int_{\Omega' - \Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega'}_{\text{vzdálené zóny}}$$

blízke zóny

vzdálené zóny



- vzdálená zóna lze popsat pomocí chybového jádra

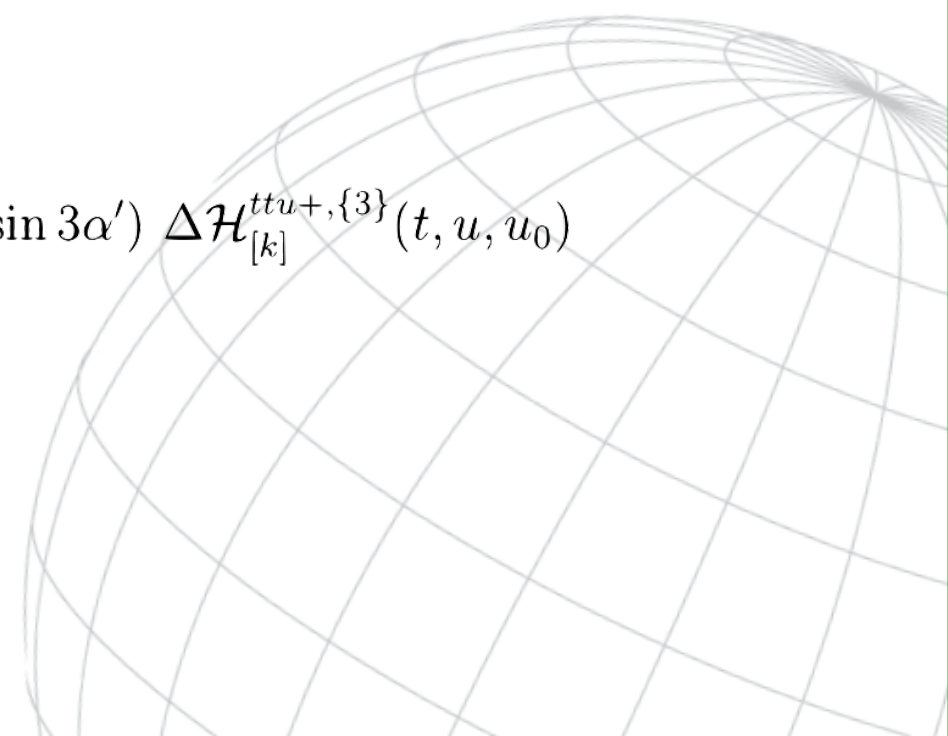
$$\Delta \mathcal{H}(t, u, u_0) = \begin{cases} 0, & u_0 \leq u \leq 1 \\ \mathcal{H}(t, u), & -1 \leq u < u_0 \end{cases} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} Q_n(t, u_0) P_{n,0}(u)$$

Teorie – chybové jádro

$$T(r, \Omega) = \frac{R}{4\pi} \int_{\Omega'_0} T(R, \Omega') \mathcal{H}(t, u) d\Omega' + \frac{R}{2} \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(t, u_0) T_n(R, \Omega)$$

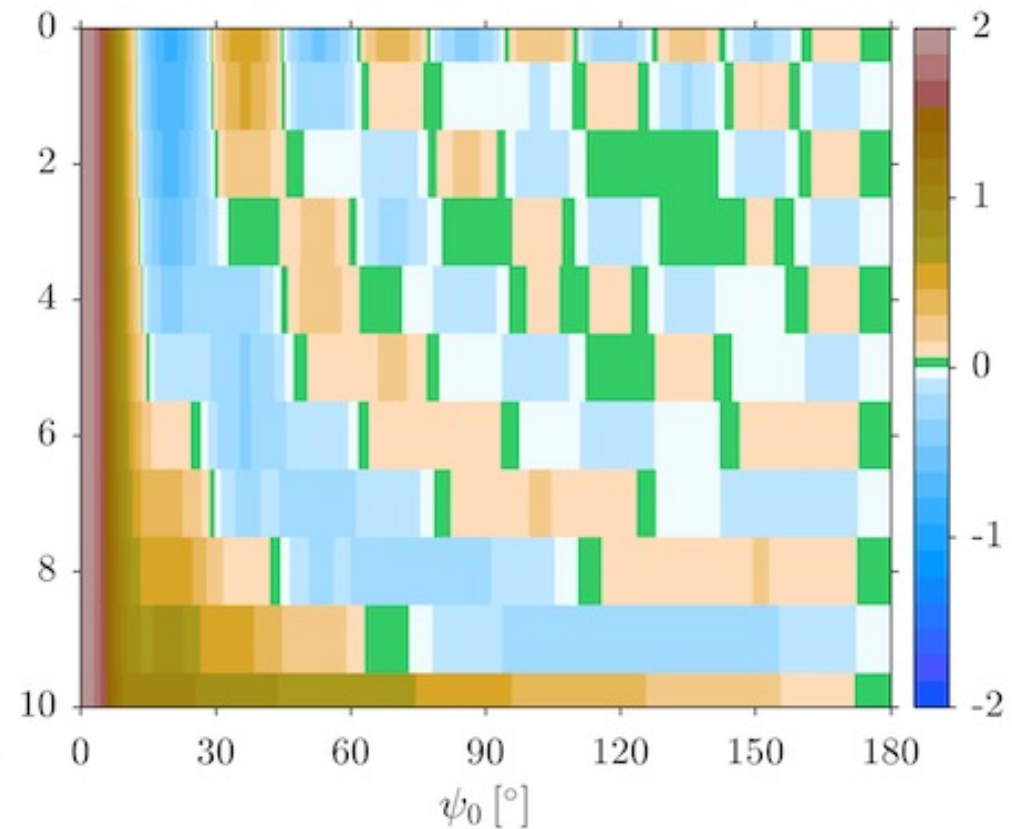
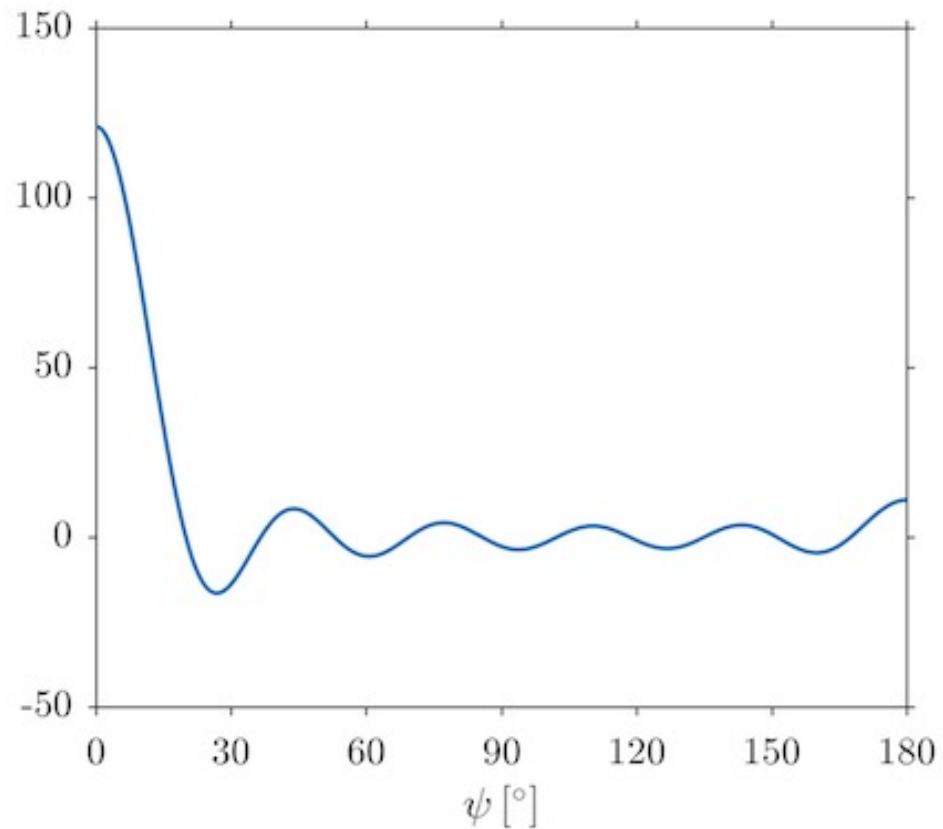
- rozklad do řádu Legendrových polynomů
- 2 případy:
 - A) pouze izotropní závislost
 - B) také azimutální závislost

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{H}_{[k]\lambda\lambda\lambda, \varphi\varphi\lambda}^{yyy, \{3\}}(t, u, u_0, \alpha, \alpha') &= -\frac{3}{4} \left[(\cos \alpha \cos 3\alpha' - \sin \alpha \sin 3\alpha') \Delta \mathcal{H}_{[k]}^{ttu+, \{3\}}(t, u, u_0) \right. \\ &+ (\cos \alpha \cos 3\alpha' + \sin \alpha \sin 3\alpha') \Delta \mathcal{H}_{[k]}^{ttu-, \{3\}}(t, u, u_0) \\ &+ (\cos 3\alpha \cos 3\alpha' + \sin 3\alpha \sin 3\alpha') \Delta \mathcal{H}_{[k]}^{uuu+, \{3\}}(t, u, u_0) \\ &\left. + (\cos 3\alpha \cos 3\alpha' - \sin 3\alpha \sin 3\alpha') \Delta \mathcal{H}_{[k]}^{uuu-, \{3\}}(t, u, u_0) \right], \end{aligned}$$

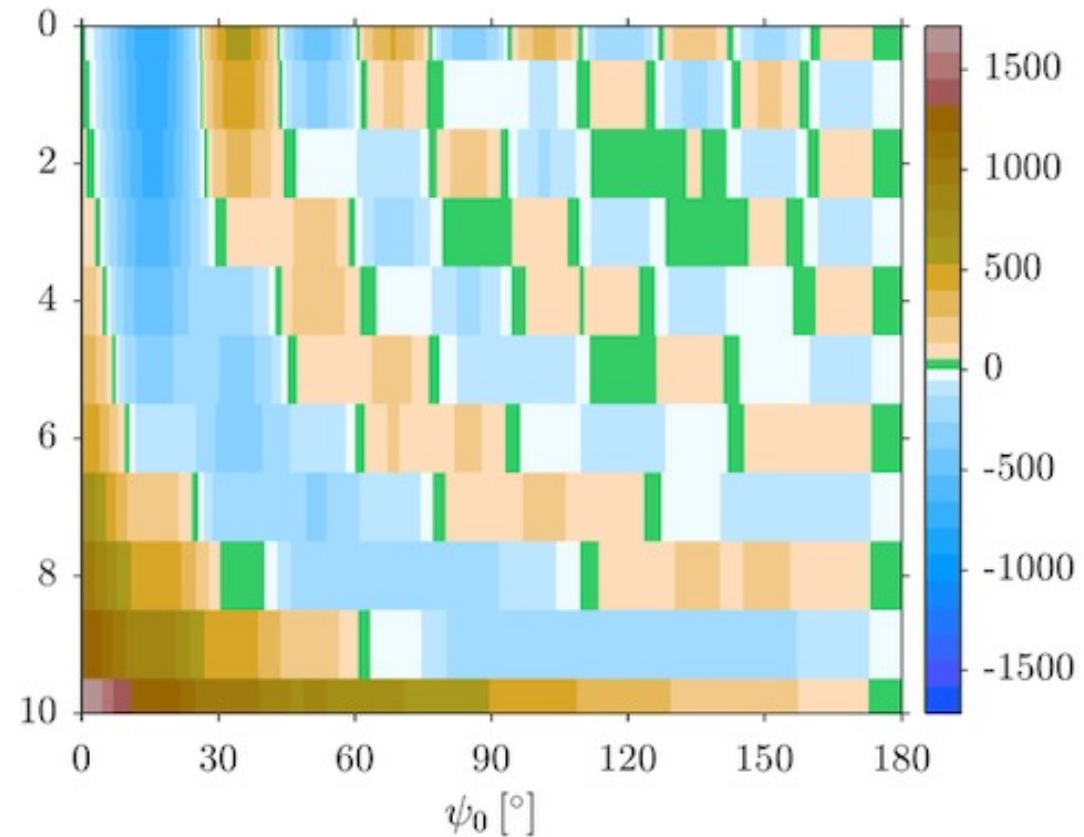
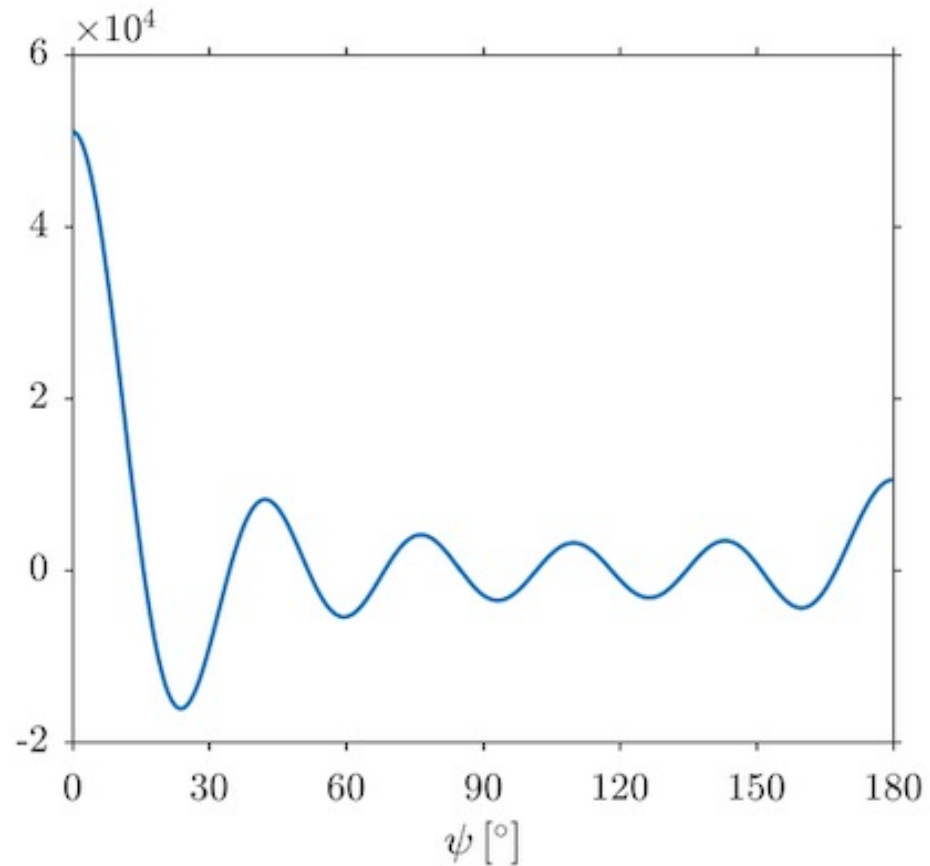


Implementace – Poissonův integrál

- graf průběhu P do stupně n , graf odpovídajících Q
- na povrchu sféry

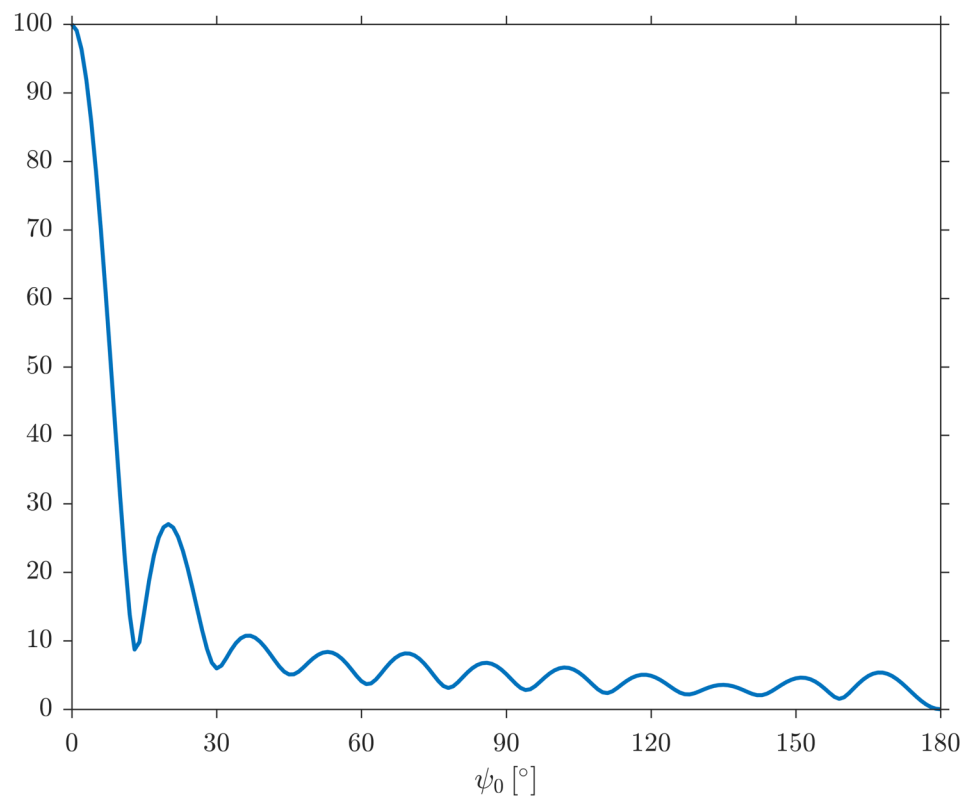


Implementace – vyšší derivace

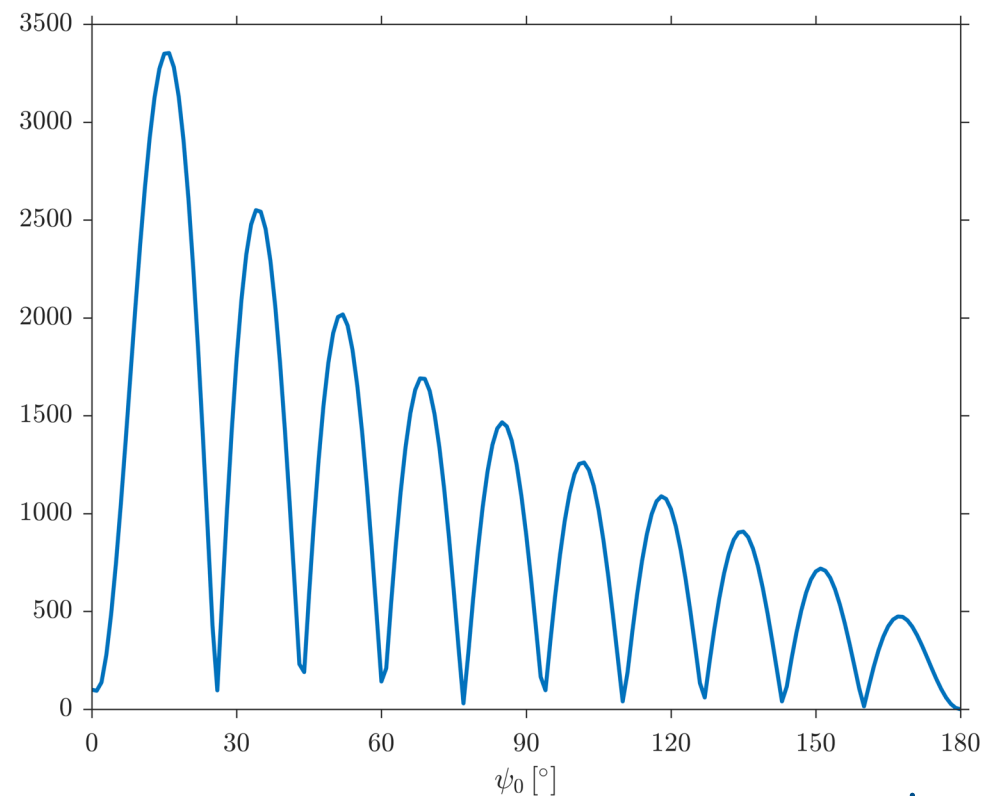


Implementace – poměr vzdálené zóny

- určení poměru vzdálené zóny vůči celkovému signálu



Poissonův integrál



3. derivace Poissonova integrálu

Závěr – budoucí vývoj?

- studium vlastností koeficientů Q
- vývoj SW knihovny -> veřejné zpřístupnění
- *další informace o projektu*
 - 3 články v přípravě
- pro aktuální stav informací
 - sledujte ResearchGate

```

Editor - /Volumes/Samsung USB/Skripty_Matlab/cptcmap-pkg-master/cptcmap/Quuu30n.m
+80  NI3_Tz.m  NI3_Tz_2.m  NI3_Tzz.m  NI3_Tzz_2.m  NI3_Tzzz.m  NI3_Tzzz_2.m  P30uuups.m  Quuu30n.m  +
1  function c=Quuu30n(t,psi,lmax,nmax)
2  % spectral form of truncation error coefficient Q_{[3],n}^{u,0}
3
4  y = cosd(psi);
5  Rnk = rnk33(lmax,y);
6  d1pn = dpn(lmax,y);
7  d2pn = ddpn(lmax,y);
8  d3pn = dddpn(lmax,y);
9  pl3mat = pl3b(lmax,y);
10 c = zeros(lmax,1);
11 t = t';
12 d = 0;
13 for i = 3:lmax
14     for j = 3:nmax
15         d = d + ((2*j+1)/((j+3)*(j+2)*(j+1)*j*(j-1)*(j-2)))*t^(j+4)...
16             *((54*y*pl3mat(i-2,:)+27*(1-y^2)*d1pn(i+1,4)+(1-y^2)^3*d3pn(i+1,4))*d2pn(j+1,4)...
17             +(18*(39+5*y)*pl3mat(i-2,:)/(1-y^2))-9*(8+5*i*(i+1))*pl3mat(i-2,:)...
18             +216*y*d1pn(i+1,4)+(1-y^2)^2*(i-2)*(i+3)*d2pn(i+1,4))*d1pn(j+1,4)...
19             +(36*y*(40+9*y)*pl3mat(i-2,:)/(1-y^2)^2)-18*y*(3*i*(i+1)+(i-2)*(i+3))*pl3mat(i-2,:)/(1-y^2)...
20             +18*((19*y^2+15)/(1-y^2))*d1pn(i+1,4)...
21             +(9*(2*(i-1)*(i+2)-i*(i+1))+(1-y^2)*(i-2)*(i-1)*(i+2)*(i+3))*d1pn(i+1,4))*pl3mat(j-2,...
22             +(i-2)*(i-1)*i*(i+1)*(i+2)*(i+3)*Rnk(i+1,j+1));
23     end
24     c(i+1,1) = d/((i-2)^2*(i-1)^2*i^2*(i+1)^2*(i+2)^2*(i+3)^2); d = 0;
25 end
26 end

```

Děkuji za pozornost
 trnkpe@ntis.zcu.cz