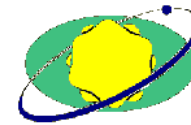


Spracovanie meraní s rôznou mierou neistoty

Ľubomíra Gerhátová

Katedra globálnej geodézie a geoinformatiky, Stavebná fakulta
Slovenská technická univerzita v Bratislave



Družicové metódy v geodézii a katastru
VUT Brno, 3.2.2022

Spracovanie heterogénnych meraní

- spracovanie rôznych typov meraní: spájanie trojrozmerných geodetických sietí získaných rozličnými kozmickými technikami, kombinácia družicových a terestrických meraní, kombinácia uhlových a dĺžkových meraní, spájanie nivelačných a gravimetrických meraní...
- účel siete a požadovaná presnosť určenia polohy, rozmiestnenie bodov a podmienky na nich, aká metóda merania je vhodná a použiteľná...
- možnosť stanoviť na základe spracovania heterogénnych meraní aposteriórne charakteristiky presnosti samostatne pre každú skupinu meraní pomocou odhadu tzv. variančných komponentov

Metóda variančných komponentov

- východisko: m súborov nameraných údajov (každý z nich bol získaný inou technológiou)
- globálna kovariančná matica všetkých uskutočnených meraní \mathbf{x} má tvar:

$$\text{var}(\mathbf{x}) = \text{var} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(1)} \\ \mathbf{x}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(m)} \end{bmatrix} \right) = \boldsymbol{\Sigma}_x = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{(1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}^{(2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \boldsymbol{\Sigma}^{(m)} \end{bmatrix} = \dots$$
$$\dots = \mathbf{V}^{(1)} + \mathbf{V}^{(2)} + \dots + \mathbf{V}^{(m)},$$

kde

$$\mathbf{V}^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Sigma}^{(j)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Metóda variančných komponentov

- modifikované vyjadrenie globálnej kovariančnej matice meraných údajov:

$$\text{var}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\Sigma}_x(\boldsymbol{\vartheta}) = \vartheta_1 \mathbf{V}^{(1)} + \vartheta_2 \mathbf{V}^{(2)} + \dots + \vartheta_m \mathbf{V}^{(m)} = \sum_{j=1}^m \vartheta_j \mathbf{V}^{(j)},$$

kde $\vartheta_j > 0$ sú tzv. **variančné komponenty**

- jedná sa o násobné faktory, ktoré korigujú apriórne informácie o presnosti jednotlivých súborov meraní

Riešenie situácie sa uskutočňuje v dvoch krokoch:

- 1) odhad vektora variančných komponentov $\hat{\boldsymbol{\vartheta}}$ a následné vytvorenie modifikovanej kovariančnej matice $\boldsymbol{\Sigma}_x(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$
- 2) odhad neznámych parametrov $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$ s využitím modifikovanej kovariančnej matice $\boldsymbol{\Sigma}_x(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$

Metóda variančných komponentov

- základný vzťah na odhad variančných komponentov je:

$$\hat{\Theta} = \mathbf{S}_{(\mathbf{M}\Sigma_0\mathbf{M})^+}^{-1} \boldsymbol{\gamma}$$

$\mathbf{S}_{(\mathbf{M}\Sigma_0\mathbf{M})^+}$... kritériálna matica odhadnuteľnosti $\hat{\Theta}$ rozmerov $m \times m$ (musí byť regulárna),

$\boldsymbol{\gamma}$... m -rozmerný vektor, ktorého komponenty γ_j sú vo vzťahu k j -tej skupine nameraných údajov

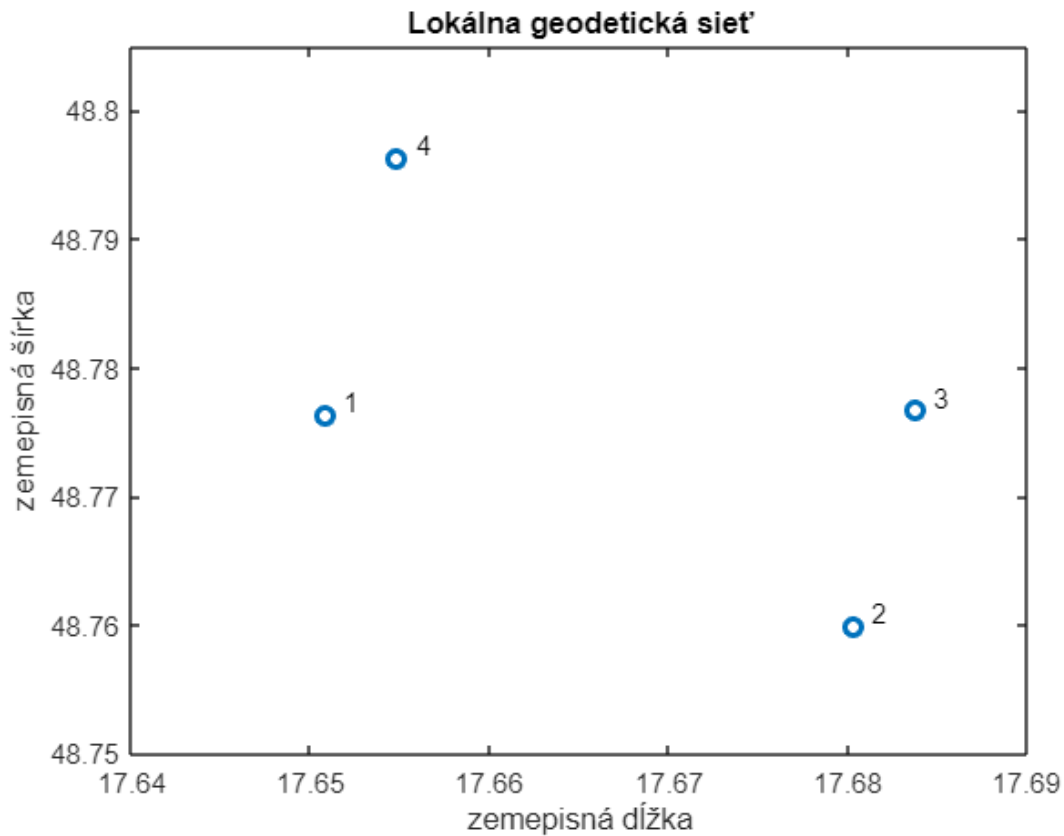
- ak sa výpočet variančných komponentov $\hat{\Theta}$ uskutočnil korektne, následný odhad $\hat{\Theta}(\hat{\Theta})$ sa realizuje s využitím kovariančnej matice zohľadňujúcej variančné komponenty:

$$\Sigma_x(\hat{\Theta}) = \hat{\vartheta}_1 \mathbf{V}^{(1)} + \hat{\vartheta}_2 \mathbf{V}^{(2)} + \dots + \hat{\vartheta}_m \mathbf{V}^{(m)}$$

Metóda variančných komponentov – experiment

- lokálna 3D geodetická sieť v lokalite Stará Turá,
- na vybraných bodoch siete boli vykonané opakované merania GNSS, priestorových vzdialeností, zenitových uhlov a nivelovaných prevýšení
- merania GNSS – v podobe geodetických veličín (azimut, zenitový uhol, priestorová vzdialenosť)
- merania zenitových uhlov – na niektorých spojniciach súčasné obojsmerné presné meranie a špeciálny spôsob spracovania (vylúčenie vplyvu refrakcie) metódou pána L. Hradilka (Vysokohorská geodézie)
- merania priestorových vzdialeností – opravené o vplyv atmosférických podmienok
- nivelované prevýšenia – metódou veľmi presnej nivelácie
- riešenie: v geocentrickom priestorovom systéme aplikovaním metód trojrozmernej geodézie

Metóda variančných komponentov – experiment



- dané: poloha bodov 1, 2, 4
- určované: poloha bodu 3

Metóda variančných komponentov – experiment

- DM: $\mathbf{L} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\Theta})$, resp. po linearizácii $\mathbf{L} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\Theta}_0) + \mathbf{A}\Delta\boldsymbol{\Theta}$
- SM: $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{J}\mathbf{f}(\boldsymbol{\Theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$, resp. po linearizácii $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{J}(\mathbf{f}(\boldsymbol{\Theta}_0) + \mathbf{A}\Delta\boldsymbol{\Theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$,
 $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, $\text{var}(\boldsymbol{\xi}) = \text{var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Sigma}$
- ŠM: máme vektor realizácií meraní \mathbf{x} a jeho kovariančnú maticu $\boldsymbol{\Sigma}_x$

Cieľ:

1) odhad vektora variančných komponentov $\hat{\boldsymbol{\vartheta}}$ a následné vytvorenie modifikovanej kovariančnej matice $\boldsymbol{\Sigma}_x(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$

2) odhad neznámych parametrov $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$ s využitím modifikovanej kovariančnej matice $\boldsymbol{\Sigma}_x(\hat{\boldsymbol{\vartheta}})$

Metóda variančných komponentov – experiment

- východisková situácia:
 - poloha daných bodov bola uvažovaná ako bezchybná,
 - merania GNSS boli spracované softvérom a do spracovania vstupovali vo forme azimutov, zenitových uhlov a priestorových vzdialeností, ich presnosť bola určená softvérovým spracovaním,
 - presnosť terestricky meraných vzdialeností bola odvodená na základe použitého prístrojového vybavenia (hodnoty do 10 mm)
 - presnosť terestricky meraných zenitových uhlov bola odvodená na základe použitého prístrojového vybavenia (hodnota 5“), resp. podľa metódy odvodenej pánom Hradilkom (hodnota lepšia ako 3“),
 - presnosť určenia nadmorskej výšky (na základe meraní VPN) stanovená na 1 mm
- niekoľko modifikácií riešenia

Metóda variančných komponentov – výsledky

- Verzia 1: GNSS, TER (vzdialenosti, zenitové uhly)
 - variančné komponenty: 0.4065, 13.1366
 - odhad jednotkovej strednej chyby: 1.0
 - stredné chyby neznámych súradníc: 3.4, 1.5, 3.6 mm
- Verzia 2: GNSS, TER (vzdialenosti, zenitové uhly, výška)
 - variančné komponenty: 0.4286, 21.3264
 - odhad jednotkovej strednej chyby: 0.99
 - stredné chyby neznámych súradníc: 3.5, 1.5, 3.7 mm
- Verzia 3: GNSS, TER1 (vzdialenosti) TER2 (zenitové uhly)
 - variančné komponenty: 0.4065, 3.4947, 22.7775
 - odhad jednotkovej strednej chyby: 1.0
 - stredné chyby neznámych súradníc: 3.4, 1.5, 3.6 mm

Záver

- metóda variančných komponentov: jedna z metód na spracovanie heterogénnych meraní, ale má svoje úskalia
- pri akomkoľvek type meraní je dôležité vhodne stanoviť ich presnosť



Ďakujem za Vašu pozornosť!